

北京大学第二十三届“江泽涵杯”数学建模竞赛题目

请先阅读竞赛规则：

<http://portal.math.pku.edu.cn/htdocs/showarticle.php?id=19783>

B 题目：交通网络的健壮性和提升

交通网络是现代城市生活的基础设施。随着城市化进程的加快和交通需求的增加，交通网络面临的挑战也日益增多。交通网络往往面临各种干扰，如交通事故、自然灾害和敌对势力攻击。在这些干扰下，交通网络的性能的变化是一个值得研究的问题。

1. 针对附件中 8 个城市的 OSM 数据，构建交通网络，统计网络基本特征，如聚类系数、直径、度分布等，并建立数学模型刻画度分布的规律。
2. 交通网络的健壮性，用来刻画网络节点遭到破坏后，网络性能的累计变化。随着节点不断遭到破坏，记录破坏节点占有所有节点的比例，同时记录当前网络最大连通分量与原来网络规模的比值，这样得到节点破坏过程中的性能曲线。网络健壮性一般定义为该性能曲线的积分。你也可以重新定义交通网络的健壮性。计算附件中各个城市受到随机节点故障时健壮性变化规律，并回答当随机节点故障比例达到多少时，交通网络的健壮性会发生显著变化。
3. 建立数学模型，求解最佳节点顺序，依照这个顺序，依次瘫痪交通节点，使得当最大连通分量是原始网络规模的 0.01 时，健壮性达到最小。在该模型下，求出附件中 8 个城市交通网络健壮性最大的城市。
4. 空间上的故障往往不是单个节点，有可能是波及该节点及周围一定范围内的所有节点。建立数学模型，求解最佳节点顺序，依照这个顺序，依次瘫痪交通节点以及该交通节点一定距离内的所有交通节点，使得当最大连通分量是原始网络规模的 0.01 时，健壮性达到最小。在该模型下，求出附件中 8 个城市交通网络健壮性最大的城市。讨论故障波及半径在多大范围变化，结果的变化。
5. 适当的新增交通道路，会增加交通网络的健壮性。但是新增道路往往伴随非常大的代价。如果仅仅考虑修路成本，建立数学模型，求解最佳成本的方案，使得新交通路径后，健壮性能够达到指定水平。并求出附件中的城市网络如何新增路径，使得这些城市的交通网络能达到问题 3 和问题 4 的健壮性最大的城市交通网络的水平。